

## ЕДИНОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОРИЕНТИРОВАННЫХ КРИСТАЛЛАХ И ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Бекулова И.З., \*Ломаносов В.С., Хоконов М.Х.

*Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова*

\*slavaloman@bk.ru

*Проведено сравнение спектральных характеристик излучения ультррелятивистских электронов в условиях каналирования и под воздействием интенсивной лазерной волны и позитронов в ориентированных кристаллах в терминах двух Лоренц-инвариантных параметров. Рассмотрены квантовые эффекты в излучении гамма-квантов, а также нелинейные эффекты генерации высших гармоник. Выявлено существенное различие между ориентированными кристаллами и лазерами, связанное с зависимостью параметра недипольности каналированных частиц от их энергии. Наблюдается, что в последнем случае параметр недипольности излучения зависит от энергии.*

**Ключевые слова:** мощные лазеры, ориентированные кристаллы, излучение при каналировании, параметр Швингера.

## UNIFIED DESCRIPTION OF RADIATION PROCESSES IN ORIENTED CRYSTALS AND LASER FIELDS AT HIGH ENERGIES

Bekulova I. Z., Lomanosov V. S., Khokonov M. Kh.

*Kabardino-Balkarian State University*

*Spectral characteristics of ultra-relativistic electron emission under channeling conditions and under the influence of intense laser wave and positrons in oriented crystals in terms of two Lorentz-invariant parameters were compared. Quantum effects in gamma quantum radiation as well as nonlinear effects of higher harmonic generation are considered. A significant difference between oriented crystals and lasers was revealed due to the dependence of the parameter of the non-voltage of channeled particles on their energy. It is observed that in the latter case, the parameter of non-voltage of radiation depends on energy.*

**Keywords:** powerful lasers, oriented crystals, channeling radiation, Schwinger parameter.

### Введение

В настоящее время имеются два способа экспериментального изучения электромагнитных процессов в сильных внешних полях: с помощью эффекта каналирования в кристаллах [1] или посредством эффектов, сопровождающих взаимодействие таких пучков с полями сверхмощных тераваттных ( $10^{12}$  Вт) и петаваттных ( $10^{15}$  Вт) лазеров [2, 3]. Под сильными понимаются поля, превышающие критическое поле Швингера  $E_c \sim 10^{16}$  В/см. Такие поля не достижимы в настоящее время в лабораториях, однако, если ультррелятивистский электрон с энергией свыше 100 ГэВ попадает в ориентированный кристалл, то в системе отсчёта, в которой электрон покоится электростатическое поле кристалла как раз становится порядка  $E_c$ , что делает возможным исследование эффектов сильного поля для сечений электромагнитных процессов, таких как, например, излучение фотона и рождение электронно-позитронных пар гамма квантами. Возрастающая точность измерений на ускорителе SPS в ЦЕРН позволила впервые наблюдать эффект воздействия силы радиационного трения на движение излучающего электрона [4].

В работе анализируются сходства и отличия двух способов получения интенсивного рентгеновского и гамма – излучения: с помощью каналирования и путём взаимодействия электронов с лазерным полем. Ранее этот вопрос изучался в [5], но вновь приобрёл актуальность, что связано с глубоким смыслом связи кристаллов и лазеров в контексте поведения релятивистских частиц во внешних полях [6]. Нами найден способ единого описания электромагнитных процессов при высоких энергиях в ориентированных кристаллах и лазерных полях, основанный на введении двух Лоренц-инвариантов [7].

### Уравнения движения

Нас будет интересовать плоскостное каналирование позитронов, поскольку в этом случае имеется полная аналогия с поведением релятивистского электрона в поле линейно-поляризованной лазерной волны. Релятивистские позитроны движутся между атомными плоскостями так, что их поперечное движение происходит в потенциале, близком к гармоническому. *Рис. 1* иллюстрирует движение позитрона в режиме плоскостного каналирования. Атомы кристаллографических плоскостей показаны кружками. Положительно заряженные позитроны отталкиваются от одноимённо заряженных атомных плоскостей, электростатические поля которых представляют собой усреднённый по всем атомам потенциал атомной плоскости,  $U(x)$ , зависящий только от расстояния до этой плоскости  $x$ . Система координат выбрана так, что ось  $z$  определяет продольное направление, вдоль которого преимущественно движется позитрон, совершая поперечные осцилляции вдоль оси  $x$ . Суммарный потенциал двух соседних атомных плоскостей, показанных на *рис. 1*, с большой степенью точности аппроксимируется квадратичной функцией [8]

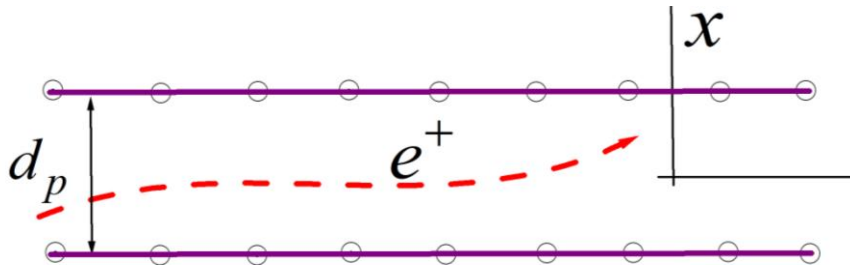
$$U(x) = (4U_m/d_p^2)x^2, \quad (1)$$

где  $x$  – поперечная координата позитрона,  $U_m$  – максимальная глубина потенциальной ямы межплоскостного канала,  $d_p$  – расстояние между соседними атомными плоскостями вдоль заданного направления. Типичные значения  $U_m$  составляют  $\sim 20$  эВ. Выражение (1) представляет собой потенциальную энергию взаимодействия поля кристалла и позитрона.

Плоскостное каналирование возникает, если угол влета позитрона в кристалл (относительно атомной плоскости) не превышает критический угол Линдхарда [1, 8]

$$\theta_L = (2U_m/E)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $E = \gamma mc^2$  – энергия электрона (позитрона),  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  – Лоренц-фактор,  $\beta = v/c$ ,  $v$  – скорость позитрона,  $c$  – скорость света в вакууме. Поскольку межплоскостной потенциал для позитронов гармонический, то период его поперечных колебаний  $\Omega_0$  не зависит от энергии поперечного движения  $E_{\perp}$ . Последняя с большой степенью точности оказывается интегралом поперечного движения. Излучение при каналировании имеет место только для ультрарелятивистских электронов (позитронов), поэтому в настоящей работе мы рассматриваем случай  $\gamma \gg 1$ .



*Рис. 1.* Плоскостное каналирование позитрона:  $d_p$  – расстояние между атомными плоскостями кристалла. Траектория позитрона показана пунктирной линией.

Поперечные колебания позитронов в процессе движения имеют вид  $x(t) = x_m \sin(\Omega_0 t)$ , где  $x$  – компонента координаты позитрона, перпендикулярная к атомной плоскости ( $x = 0$  соответствует половине расстояния между атомными плоскостями, см. рис. 1),  $\Omega_0 = 2\pi/T$  – частота поперечных колебаний, период которых  $T$ . Максимальное значение амплитуды поперечных колебаний  $(x_m)_{max} = d_p/2$ . Гармонический характер поперечного движения делает плоскостное каналирование позитронов схожим с движением электронов в поле линейно-поляризованной лазерной волны.

Если плоская линейно-поляризованная волна движется навстречу электрону в направлении против оси  $z$  (рис. 2), то напряженность электрического поля в такой волне имеет вид:

$$\epsilon = -\epsilon_0 \sin \delta, \quad (3)$$

где фаза волны  $\delta = \omega_0(t + z/c)$ , а  $\omega_0$  – частота лазерной волны. Для каналирования в поле (1) напряженность электростатического поля для позитронов,  $\epsilon(x)$  является линейной функцией поперечной координаты  $x$ .

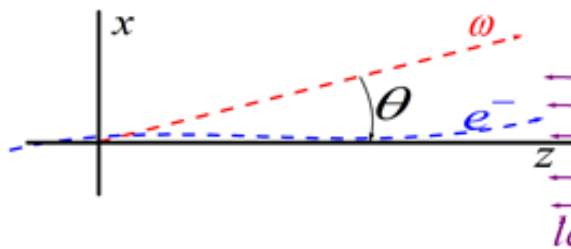


Рис. 2. Встречное взаимодействие лазерного луча, движущегося против оси  $z$  с релятивистским электроном (пунктирная линия), движущимся в среднем вдоль оси  $z$ . Излучаемый электроном фотон с частотой  $\omega$  вылетает под углом  $\theta \sim 1/\gamma$  к вектору скорости электрона

Уравнения движения электрона при плоскостном каналировании в потенциале (1) и в поле лазерной волны (3) можно записать в виде [5, 6, 8]

$$\begin{aligned} x(t) &= x_m \sin(\Omega_0 t), \\ z(t) &= ct \left( 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{\langle \beta_{\perp}^2 \rangle}{2} \right) - \frac{\Omega_0}{8c} x_m^2 \sin(2\Omega_0 t), \end{aligned} \quad (4)$$

где угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по периоду поперечных осцилляций,  $\beta_{\perp}$  – поперечная скорость. В нашем случае поперечное движение одномерно и совершается вдоль оси  $x$ , то есть поперечная скорость есть  $\beta_x(t) = (x_m \Omega_0 / c) \cos(\Omega_0 t)$ . Соответственно, среднее значение квадрата поперечной скорости будет  $\langle \beta_{\perp}^2 \rangle = (x_m \Omega_0)^2 / 2c^2$ . Траектории в кристалле и в поле лазера отличаются значениями двух параметров в (4) амплитудой поперечного движения,  $x_m$ ,

$$x_m = \begin{cases} \sqrt{2} \frac{v_0 c}{\Omega_0 \gamma}, & \text{лазер} \\ \frac{d_p}{2} \sqrt{\frac{E_{\perp}}{U_m}}, & \text{кристалл} \end{cases} \quad (5)$$

и частотой поперечного движения,  $\Omega_0$ ,

$$\Omega_0 = \begin{cases} (1 + \beta_0) \omega_0, & \text{лазер} \\ (2c/d_p) \theta_L, & \text{кристалл} \end{cases} \quad (6)$$

где  $\theta_L$  – угол Линдхарда (2). Поперечная энергия  $E_{\perp}$  позитрона при каналировании является интегралом поперечного движения [8]

$$E_{\perp} = \gamma m c^2 \beta_{\perp}^2 / 2 + U(x), \quad (7)$$

где  $m$  – масса покоя электрона (позитрона),  $\beta_0$  – не зависящая от времени «продольная» скорость электрона, которая определяется как

$$\beta_0 = \langle \beta_z \rangle = 1 - 1/2\gamma^2 - \langle \beta_{\perp}^2 \rangle / 2, \quad (8)$$

где первый член в правой части (7) представляет собой нерелятивистское выражение для кинетической энергии, но взятой с релятивистской массой. В выражениях (2)–(8) и в последующих формулах Лоренц-фактор  $\gamma$  не зависит от времени и определяется начальной энергией электрона (позитрона) до взаимодействия с внешним полем. Можно определить также «продольный» Лоренц-фактор как  $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$ . Как видно из (5), для лазера  $x_m$  убывает с ростом энергии электрона как  $\sim E^{-1}$ . При каналировании эта величина не зависит от полной энергии.

### Релятивистские инварианты движения

Взаимодействие электронов с интенсивными лазерными полями характеризуется лоренц-инвариантным безразмерным параметром поля  $v_0$  [2, 9]:

$$v_0^2 = \frac{e^2 E_0^2}{2m^2 c^2 \omega_0^2}, \quad (9)$$

где  $E_0$  – амплитуда напряжённости лазерной волны, частота которой  $\omega_0$ . Для современных тераваттных лазеров этот параметр становится порядка единицы, тогда как для петаваттных лазеров может достигать двух-трёх порядков. Для лазерной волны связь «полного» Лоренц-фактора,  $\gamma$ , с «продольным» Лоренц фактором выражается через инвариант (9)  $\gamma = \gamma_0 \sqrt{1 + v_0^2}$ . Именно величину  $\gamma$  следует отождествлять с начальной энергией электрона, попадающего в поле лазера. Параметр (9) имеет чисто классическое происхождение и характеризует интенсивность лазерной волны.

Нас будет интересовать также инвариант, определяющий квантовые эффекты отдачи фотонов при излучении и влияние спина на излучение [5]

$$a = \frac{2\hbar\Omega_0\gamma}{mc^2}. \quad (10)$$

Ещё один инвариантный параметр, определяющий то, на сколько внешнее поле можно считать сильным (параметр Швингера), имеет вид

$$\chi = \frac{e\hbar|F_{\mu\nu}p^\nu|}{m^2 c^4} = \begin{cases} \frac{eE_0\hbar}{m^2 c^3} (1 + \beta_0)\gamma, & \text{лазер} \\ \frac{|\nabla U|\hbar\gamma}{m^2 c^3}, & \text{кристалл} \end{cases} \quad (11)$$

где  $p^\nu$  – импульс электрона (позитрона), а  $F_{\mu\nu}$  – тензор внешнего электромагнитного поля. Квантовые эффекты в излучении становятся существенными при  $\chi > 0,1$ .

Важнейшей величиной, определяющей характер излучения релятивистских частиц, является параметр недипольности излучения  $D$ , который определяется соотношением между характерным углом излучения  $\theta_\gamma \sim 1/\gamma$  и характерным углом отклонения электрона внешним полем  $\theta_e \sim \beta_\perp$ . Если  $D = \beta_\perp \gamma \gg 1$ , то это означает, что угол отклонения электрона внешним полем велик, гораздо больше характерного угла излучения. Такой режим излучения называется недипольным. В этом случае, с одной стороны, внешнее поле можно считать достаточно сильным, а с другой, излучение происходит с малого участка траектории, который можно считать частью окружности и для расчёта спектра излучения использовать известные формулы для синхротронного излучения. Если излучение носит дипольный характер,  $D \ll 1$ , то характерный угол излучения велик и покрывает внутри себя всю траекторию. Произведение  $\beta_\perp \gamma$  является Лоренц-инвариантом, поэтому параметр недипольности  $D$  приобретает особую важность. Параметр  $D$  можно опередить через усреднённое по времени значение квадрата произведения  $\beta_\perp \gamma$ . Для нашего случая лазерного поля и каналирования имеем [5]:

$$D = \langle \beta_\perp^2 \gamma^2 \rangle^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{x_m \Omega_0}{c} \gamma = \begin{cases} v_0, & \text{для лазера,} \\ \sqrt{E_\perp E} / (mc^2) & \text{для кристалла,} \end{cases} \quad (12)$$

то есть для лазеров параметр недипольности  $D$  не зависит от энергии электронов, тогда как для каналирования он растёт с ростом энергии  $\sim E^{1/2}$  и примерно равен  $D \approx \theta_L \gamma$ . Этим фактом обусловлены различия в поведении спектров излучения в кристаллах и полях лазеров с ростом энергии электронов (позитронов). При каналировании рост энергии пучка ведет к нарушению условий дипольного излучения и при достаточно высоких энергиях, когда  $\theta_L \gamma > 1$ , в радиационном спектре возникают нелинейные эф-

фекты генерации высших гармоник. В случае лазеров появление нелинейных эффектов не зависит от энергии пучка налетающих частиц и полностью определяется интенсивностью лазерного поля, то есть параметром  $V_0$ . Заметим, что при высоких энергиях,  $\gamma \gg 1$ , в выражении (12) с высокой точностью можно записать  $D = \gamma \langle \beta_{\perp}^2 \rangle^{1/2}$ , поскольку Лоренц-фактор можно считать не зависящим от времени.

### Спектр фотонов

С учётом изложенного мы можем записать выражение для спектра фотонов, излучаемых релятивистскими частицами в поле линейно поляризованной лазерной волны и при плоскостном каналировании в виде одного выражения, которое зависит от двух инвариантов (10) и (12). Квантовые эффекты отдачи фотона и спина учитываются нами в рамках метода Байера–Каткова [1], который сводится к учёту влияния спина электрона (позитрона) на излучение и модификации частоты излучения в классических выражениях

$$\omega \rightarrow \omega E / (E - \hbar\omega) . \quad (13)$$

В знаменателе (13) стоит конечная энергия электрона (позитрона). Мы будем пользоваться безразмерной частотой (энергией) излучаемого фотона  $u = \hbar\omega/E$ , так что  $0 < u < 1$ . Тогда, в соответствии с выражением (13), введём для дальнейшего  $u' \equiv u/(1-u)$ . Полярный угол излучения  $\theta$  относительно оси  $z$  также удобно записывать в безразмерных единицах  $\eta = \theta\gamma$ , причём учтём, что для ультрарелятивистского движения всегда  $\theta \ll 1$ , тогда во всех выражениях  $0 \leq \theta < \infty$ .

Следуя работе [7] с учётом выражений (4)-(12) для числа фотонов  $dN$ , излучаемых на длине  $dz$  в интервал частот  $(u, u + du)$  имеем

$$\frac{d^3N}{dudzd\varphi} = \frac{\alpha D^2}{\pi \lambda_c \gamma} \sum_{k=k_m}^{\infty} \left[ g_k + \frac{uu'}{2} \left( g_k + \frac{i_z^2}{2D^2} \right) \right], \quad (14)$$

$$g_k = i_x^2 + \frac{1}{2D^2} \eta_k^2 i_z^2 - \sqrt{2} \frac{\eta_k}{D} i_x i_z \cos\varphi, \quad (15)$$

$$\eta_k = (ak/u - ak - D^2 - 1)^{1/2}, \quad (16)$$

$$i_x = (kS_1 + 2S_2)/A, \quad i_z = S_1, \quad (17)$$

$$S_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(B) J_{k+2m}(A), \quad (18)$$

$$S_2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} m J_m(B) J_{k+2m}(A), \quad (19)$$

$$A = 2\sqrt{2}u' D \eta_k \cos\varphi/a, \quad B = u' D^2/2a, \quad (20)$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$  – постоянная тонкой структуры,  $\lambda_c = \hbar/mc$  – комптоновская длина волны электрона,  $J_m(x)$  – функция Бесселя порядка  $m$ . Выражение (14) следует проинтегрировать по азимутальному углу излучения  $0 < \varphi < 2\pi$ , который лежит в плоскости, перпендикулярной оси  $z$  и отсчитывается от оси  $x$ . Формулы (14)–(20) содержат в себе тот факт, что для заданного номера гармоники  $k$  существует максимальная частота излучения,  $u_{km}$ , то есть

$$0 < u < u_{km} = ak/(1 + D^2 + ak), \quad (21)$$

где максимальная частота  $u_{km}$  соответствует нулевому углу излучения  $\eta_k$  в (16). Это означает, что при суммировании по гармоникам в (14) может случиться так, что гармоника с номером  $k$  не может излучать на заданной частоте, и суммирование следует начинать с номера гармоники

$$k_m = 1 + \text{Int}[(1 + D^2)u'/a], \quad (22)$$

здесь функция  $\text{Int}(x)$  означает целую часть от  $x$ .

Спектр интенсивности фотонов получается из (14) умножением на частоту излучения  $u$ . Интеграл от спектра интенсивности по частотам даёт полные потери энергии на излучение на единице длины, тогда как интеграл от спектра фотонов (14) даёт число излучаемых фотонов на единице длины. В дипольном приближении,  $D \ll 1$ , только член с  $k = 1$  в сумме (14) даёт вклад в излучение. Спектр интенсивности фотонов в этом случае имеет строгий максимум на частоте  $u = a/(1+a)$ , после которого спектр обрывается. Выражение (14) в дипольном приближении,  $D \ll 1$ , существенно упрощается, что позволяет провести интегрирование по азимутальному углу и по частотам. В классическом случае, когда  $u \ll 1$  (энергия излучаемого фотона много меньше энергии электрона), для числа фотонов, излучаемых на единице длины пути, получаем

$$\frac{dN}{dz} \equiv N_0 = \frac{2}{3c} \alpha \Omega_0 D^2. \quad (23)$$

Уравнения движения вида (4) хорошо известны в теории ондуляторного излучения, в которой также появляются суммы вида (18), (19) [8, 10].

Величина  $g_k$  в (15) соответствует классическому вкладу в излучение, то есть формулам классической электродинамики, в которых произведена замена (13). Член с произведением  $uu'$  в (14) представляет собой вклад спина в излучение. Видно, что вклад спинового члена существенен только для жёстких фотонов, энергия которых соизмерима с энергией самого излучающего электрона,  $u \rightarrow 1$ , что возможно если параметр квантовости (10) становится большим,  $a \geq 1$ .

### Численные результаты

Результат (14) предыдущего рассмотрения показывает, что при одних и тех же значениях инвариантных параметров недипольности  $D$  и квантовости  $a$  спектры излучения в поле лазера и в кристалле не будут отличаться. Это означает, что если вычислить спектр излучения для одного из этих случаев, то будет ясна картина и для другого случая. Тем не менее на практике, как правило, задаются энергия пучка электронов (позитронов) и параметры кристалла (лазера). Характерные частоты лазеров составляют  $\hbar\omega_0 \sim 1$  эВ. Частоты поперечного движения каналированных электронов (позитронов) с энергиями меньшими 1 ГэВ имеют такой же порядок величины.

Существенным отличием каналирования от лазеров является зависимость параметра недипольности каналированных частиц от их энергии  $D \sim E^{1/2}$ , в то время как для лазеров  $D$  не зависит от энергии. Кроме того, характерные частоты излучения для лазеров больше, чем при каналировании и растут с ростом энергии пучка быстрее. Так, в дипольном приближении характерные частоты излучения при каналировании растут с ростом энергии пучка как  $\omega \sim E^{3/2}$ . В случае лазеров эта зависимость такая же, как и для ондуляторного излучения  $\omega \sim E^2$ . Эти факторы приводят к тому, что при одних и тех же энергиях пучка спектры излучения для лазеров распространяются на область существенно более высоких частот, а квантовые эффекты в излучении при  $v_0 \geq 1$  начинают проявляться уже при энергиях свыше 10 ГэВ, когда излучение при каналировании носит существенно классический характер.

Важнейшим отличием кристаллов от лазеров является то, что в кристаллах инварианты  $a$  и  $D$  не являются независимыми и, для рассматриваемого нами случая, связаны соотношением

$$D = a \frac{d_p mc}{4\hbar} \left( \frac{E_\perp}{2U_m} \right)^{1/2} \quad (24)$$

Таким образом, при каналировании возможны только такие значения  $a$  и  $D$ , которые лежат на линии (24) в пространстве  $(a - D)$ , тогда как для лазеров никаких ограничений на выбор этих параметров нет.

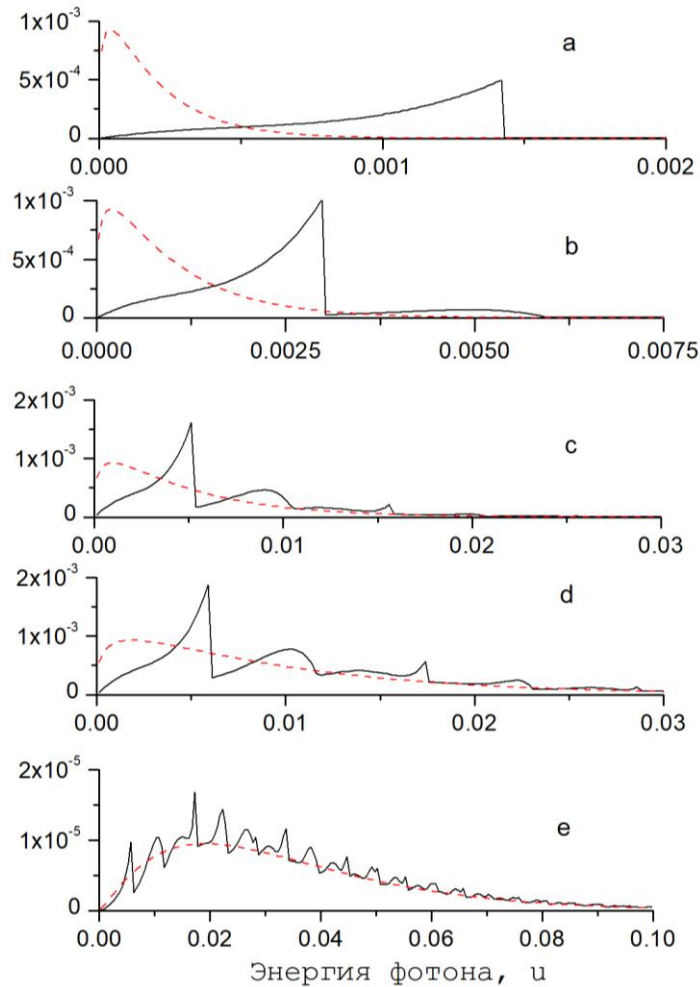


Рис. 3. Спектры интенсивности излучения позитронов разных энергий, каналированных в кристалле кремния (110): а – 600 МэВ; б – 1 ГэВ; с – 5 ГэВ; д – 10 ГэВ; е – 20 ГэВ. Пунктирные линии – синхротронное приближение

На рис. 3 представлены расчёты спектров интенсивности излучения для позитронов с энергиями от 600 МэВ до 20 ГэВ в кристалле кремния вдоль плоскостного направления (110). В этом случае  $U_m = 21$  эВ,  $d_p = 1,92$  Å. Расчёты выполнены для поперечной энергии позитрона  $E_{\perp} = 0,9U_m$ . Пунктирные линии соответствуют вычислениям по стандартным синхротронным формулам [1].

Рис. 3 наглядно иллюстрирует процесс быстрого роста вклада высших гармоник с ростом энергии позитронов. Интенсивность излучения проинтегрирована по азимутальному углу  $\varphi$  и задана в единицах  $(1/\mu\text{т})$  (это выражение (14), умноженное на  $u = \hbar\omega/E$ ).

В табл. 1 приводится зависимость параметров  $a$  и  $D$  от энергии для спектров, показанных на рис. 3 и лежащих на линии (24). Видно, что при энергиях 600 МэВ и 1 ГэВ спектр излучения носит дипольный характер с ярко выраженным одиночным максимумом.

Таблица 1

Зависимость инвариантных параметров  $a$  и  $D$  от энергии для плоскостного каналирования позитронов в кремнии (110)

Энергия пучка, ГэВ	0,6	1	5	10	20
Параметр $10 \cdot a$	0,25	0,32	0,72	1,0	1,4
Параметр $D$	0,21	0,27	0,6	0,85	1,2

Для энергий пучка 5, 10 и 20 ГэВ максимум первой гармоники приходится на энергии, соответственно, 26, 59 и 117 МэВ, причём в последнем случае спектр хорошо описывается синхротронной кривой (см. рис. 3е). Видно, что даже для энергии 20 ГэВ,  $a \ll 1$ , а значит спектр излучения всегда лежит в области частот, которые на много меньше энергии позитрона. Параметр Швингера максимален для энергии позитронов 20 ГэВ и равен в этом случае  $\chi = 0.013$ . Квантовые эффекты в излучении начинают проявляться только при  $\chi \geq 0.1$ . То есть, все спектры на рис. 3 имеют классическую природу.

На рис. 4 показан спектр излучения при встречном взаимодействии лазерной волны с электроном, энергия которого 20 ГэВ при  $\nu_0 = 2$ . В этом случае  $a = 0.38$  и  $\chi = 0.54$ , то есть, в отличие от каналирования, квантовые эффекты будут явно проявляться. Интенсивность на рис. 4 дается в безразмерных единицах  $N_0$  (23), взятых в  $(1/\mu\text{т})$ . При внешнем сходстве формы спектра на рис. 4 с спектром при каналировании (рис. 3е), спектр для лазерной волны распространяется на область частот порядка энергии самого электрона. Кроме того, заметен вклад спина в излучение (кривая 2 на рис. 4). Рис. 4 представляет собой спектр излучения, который невозможно реализовать при каналировании, так как параметры  $a$  и  $D$  не удовлетворяют уравнению (24).

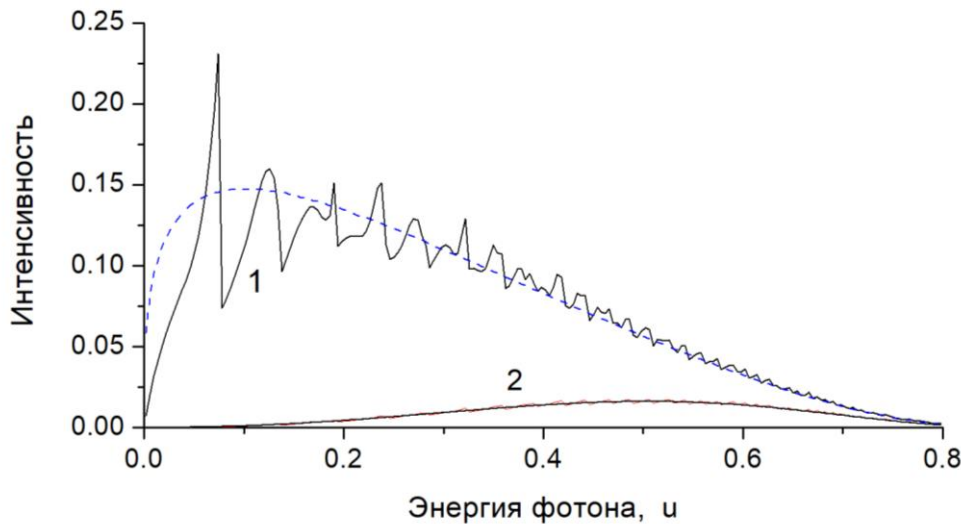


Рис. 4. Спектр интенсивности излучения электронов с энергией 20 ГэВ при встречном взаимодействии с лазерным излучением с энергией фотонов  $\hbar\omega_0 = 1.24$  эВ и  $\nu_0 = 2$ . Кривая 1 – полный спектр, кривая 2 – вклад спина, пунктирная линия – синхротронное приближение

### Выводы

Таким образом показано, что спектральные характеристики излучения ультрарелятивистских электронов (позитронов) при каналировании и в поле интенсивной лазерной волны могут быть представлены в виде универсальной функции, зависящей от двух инвариантов – параметра недипольности  $D$  и параметра квантовости  $a$ . Несмотря на такое сходство, между ориентированными кристаллами и лазерами имеются существенные отличия, связанные с тем, что параметр недипольности каналированных частиц зависит от их энергии как  $D \sim E^{1/2}$ , в то время как для лазеров  $D$  от энергии не зависит. Это приводит к тому, что инварианты  $a$  и  $D$  при каналировании не являются независимыми и связаны соотношением (24), что накладывает существенные ограничения на их возможные значения. Для лазеров таких ограничений нет. Кроме того, характерные частоты излучения для лазеров больше, чем при каналировании, и растут с ростом энергии пучка быстрее.

### Библиография

1. Uggerhoj U.I. The interaction of relativistic particles with strong crystalline fields // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. P. 1131–1171.

2. Di Piazza A., Muller C., Hatsagortsyan K. Z., and Keitel C.H. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems // *Rev. Mod. Phys.* 2012. V. 84. P. 1177–1228.
3. Abramowicz H. et. al. Conceptual design report for the LUXE experiment // *The European Physical Journal Special Topics.* 2021. V. 230. P. 2445–2560.
4. Wistisen T.N., Di Piazza A., Knudsen H.V., Uggerhoj U.I. Experimental evidence of quantum radiation reaction in aligned crystals // *Nature Communications.* 2018. V. 9, Art. N 795.
5. Хоконов А.Х., Хоконов М.Х., Киздермишов А.А. Перспективы получения фотонов высоких энергий ультрарелятивистскими электронами в поле тераваттных лазеров и в кристаллах // *ЖТФ.* 2002. Т. 72, В. 11, С. 69–75.
6. Wistisen T.N. and Di Piazza A. Impact of the quantized transverse motion on radiation emission in a Dirac harmonic oscillator // *Phys. Rev. A.* 2018. V. 98. P. 022131.
7. Khokonov M.Kh. On the status of channeling radiation and laser based radiation sources // *Physics Letters B.* 2023. V. 846. Art. No. 138208.
8. Beloshitsky V.V., Komarov F.F. Electromagnetic radiation of relativistic channeling particles (the Kumakhov effect) // *Phys. Rep.* 1982. V. 93. P. 117–197.
9. Ритус В.И. Радиационные эффекты и их усиление в интенсивном электромагнитном поле // *Труды ФИАН.* 1986. Т. 168, №. 53. С. 141–155.
10. Алферов Д.В., Башмаков Ю.А., Бессонов В.Г. Ондюляторное излучение // *Труды ФИАН.* 1975. Т. 80. С. 100–133.