

## ФИЗИКА

Научная статья  
УДК 541.64: 539.2

### Моделирование степени усиления дисперсно-наполненных композитов полиэтилен/гидроксиапатит в рамках фрактального анализа

Илья Игоревич Долбин<sup>1</sup>, Игорь Викторович Долбин<sup>2</sup>, Владлена Вильдановна Давыдова<sup>3</sup>, Ульяна Дмитриевна Чавдар<sup>4</sup>

<sup>1,3,4</sup> Российский государственный университет туризма и сервиса, Московская область, дп. Черкизово, Россия

<sup>2</sup> Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Нальчик, Россия

<sup>1</sup> ilua.06@list.ru

<sup>2</sup> i\_dolbin@mail.ru

<sup>3</sup> 9161216171@mail.ru

<sup>4</sup> chavdar\_ulyana@mail.ru

**Аннотация.** Показано, что корректное описание степени усиления дисперсно-наполненных полимерных микрокомпозитов возможно только на основе номинального объемного содержания наполнителя. Это позволяет прогнозировать данный параметр свойства. Армирующая компонента структуры указанных композитов представляет собой совокупность межфазных областей и собственно наполнителя.

**Ключевые слова:** композит, гидроксиапатит, межфазные области, дисперсность, армирование, степень усиления

**Для цитирования:** Долбин И.И., Долбин И.В., Давыдова В.В., Чавдар У.Д. Моделирование степени усиления дисперсно-наполненных композитов полиэтилен/гидроксиапатит в рамках фрактального анализа // Известия Кабардино-Балкарского государственного университета. 2026. Т. 16, № 1. С. 10–14.

## PHYSICS

Original article

### Modeling the reinforcement degree of dispersed-filled polyethylene/hydroxyapatite composites within the framework of fractal analysis

Ilya I. Dolbin<sup>1</sup>, Igor V. Dolbin<sup>2</sup>, Vladlena V. Davydova<sup>3</sup>, Ulyana D. Chavdar<sup>1</sup>

<sup>1,3,4</sup> Russian State University of Tourism and Service, Moscow Region, dp. Cherkizovo, Russia

<sup>2</sup> Kabardino-Balkarian State University, Nal'chik, Russia

<sup>1</sup> ilua.06@list.ru

<sup>2</sup> i\_dolbin@mail.ru

<sup>3</sup> 9161216171@mail.ru

<sup>4</sup> chavdar\_ulyana@mail.ru

**Abstract.** It has been shown that a correct description of the reinforcement degree of dispersed-filled polymer microcomposites can only be obtained based on the nominal volumetric filler content, which opens the possibility of predicting this property. The reinforcing component of the structure of these composites is a combination of interfacial regions and the filler itself.

**Keywords:** composite, hydroxyapatite, interphase regions, dispersion, reinforcement, reinforcement degree

**For citation:** Dolbin I.I., Dolbin I.V., Davydova V.V., Chavdar U.D. Modeling the degree of reinforcement of dispersed-filled polyethylene/hydroxyapatite composites within the framework of fractal analysis // Proceedings the Kabardino-Balkarian State University. 2026;16(1):10–14.

## Введение

В настоящее время хорошо известно, что наиболее сильное отрицательное влияние на свойства полимерных композитов оказывает процесс агрегации исходных частиц наполнителя [1–4]. Однако до последнего времени количественное описание этого эффекта отсутствовало, а используемые трактовки носили чисто описательный характер. Впервые учет воздействия агрегации наполнителя на свойства полимерных композитов был выполнен в работе [5] с применением следующего перколяционного соотношения:

$$\frac{E_k}{E_m} = 1 + 11 \left( \frac{j_n}{c} \right)^{1,7} \quad (1)$$

где  $E_k$  и  $E_m$  – модули упругости композита и матричного полимера, соответственно (отношение  $E_k/E_m$  принято называть степенью усиления композита),  $j_n$  – номинальное относительное объемное содержание наполнителя,  $\chi$  – его степень агрегации.

Ранее авторы [6] получили следующий аналог уравнения (1):

$$\frac{E_k}{E_m} = 1 + 11(j_n)^{1,7} \quad (2)$$

Из сравнения соотношений (1) и (2) следует, что при  $\chi=1,0$  наблюдается их полное тождество, а значения  $\chi < 1,0$  означают улучшение свойств композита, в частности, его степени усиления. Поэтому целью настоящей работы является исследование и моделирование влияния степени агрегации  $\chi$  наполнителя на степень усиления дисперсно-наполненных композитов полиэтилен/гидроксиапатит [7, 8] с использованием представлений фрактального анализа.

## Экспериментальная часть

В качестве матричного полимера использован полиэтилен высокой плотности (ПЭВП) промышленного производства марки Hostalen, поставленный фирмой LyondellBase II Industries (Швейцария). Этот сорт ПЭВП имел плотность  $950 \text{ кг/м}^3$ , средневесовую массу  $\overline{M}_w = 170 \text{ кг/моль}$ , молекулярно-массовое распределение  $\overline{M}_w / \overline{M}_n = 12$  и степень кристалличности  $0,70$ . Наполнителем служил дисперсный порошок гидроксиапатита (ГКА) двух сортов со средним размером исходных частиц  $4,14$  и  $7,32 \text{ мкм}$ . Композиты ПЭВП/ГКА получены методом смешивания компонент в расплаве с использованием лабораторного двухшнекового экструдера модели Haake Minilab-II (Германия) при температуре  $483 \text{ К}$  и скорости вращения шнеков  $150 \text{ об/мин}$  в течение  $10 \text{ мин}$ . Предварительно ПЭВП и ГКА сушились при температуре  $333 \text{ К}$ . Затем полученные композиты гранулировались и из них получали образцы для испытаний методом горячего прессования при температуре  $483 \text{ К}$  на прессе «Carver».

Номинальное относительное объемное содержание наполнителя (частиц ГКА) для обеих серий рассматриваемых композитов варьировалось в пределах  $0,10\text{--}0,45$  [7].

Механические испытания на одноосное растяжение композитов ПЭВП/ГКА выполнены на тензомере модели Instron 88215 (США) согласно стандарту ISO 527-3 [9]. Использованы образцы в форме двухсторонней лопатки с шириной рабочей части  $5 \text{ мм}$ , толщиной  $2 \text{ мм}$  и базовой длиной  $25 \text{ мм}$ . Испытания выполнены при температуре  $295 \text{ К}$  и скорости ползуна прибора  $10 \text{ мм/мин}$ . За результат испытаний принималась средняя величина для пяти измерений [7].

## Результаты и обсуждение

Степень агрегации  $\chi$  в случае дисперсно-наполненных композитов является функцией размера (диаметра) исходных частиц наполнителя  $d_{\text{част}}$ , что аналитически может быть описано следующим уравнением [10]:

$$c = 2,45 d_{\text{част}} \quad (3)$$

где величина  $d_{\text{част}}$  задается в микрометрах.

Применение уравнения (3) дает величину  $\chi$ , равную  $\sim 10$  для  $d_{\text{част}}=4,14$  мкм и  $\chi \approx 18$  для  $d_{\text{част}}=7,32$  мкм. Однако величина  $\chi$  сильно ограничена сверху, что определяется критерием [11]:

$$C = \frac{j_n}{j_n + j_{\text{мф}}}, \quad (4)$$

где  $j_{\text{мф}}$  – относительное объемное содержание межфазных областей в композите.

Из уравнения (4) нетрудно видеть, что величина  $\chi$  ограничена сверху тождеством  $\chi=1,0$  при отсутствии в композитах межфазных областей или условием  $j_{\text{мф}}=0$ .

Сочетание уравнений (1) и (4) позволяет получить следующее соотношение [5]:

$$\frac{E_{\kappa}}{E_{\text{м}}} = 1 + 11(j_n + j_{\text{мф}})^{1,7}, \quad (5)$$

которое демонстрирует, что армирующим элементом структуры рассматриваемых композитов ПЭВП/ГКА является совокупность межфазных областей и собственно наполнителя ( $j_n + j_{\text{мф}}$ ).

Авторы [10] продемонстрировали следующую взаимосвязь параметров  $j_{\text{мф}}$ ,  $j_n$  и  $\chi$ :

$$j_{\text{мф}} = \frac{j_n}{C}. \quad (6)$$

При условии  $\chi=1,0$   $j_{\text{мф}}=j_n$  и тогда относительное объемное содержание армирующего элемента структуры дисперсно-наполненных композитов можно выразить следующим образом:

$$j_n + j_{\text{мф}} = 2j_n. \quad (7)$$

В рамках фрактального анализа фрактальную размерность  $D_f$  структуры агрегатов наполнителя в полимерной матрице композита можно определить с помощью уравнения [10]

$$C = \frac{j_n^{1/2}}{D_f}, \quad (8)$$

или с учетом уравнения (7) и тождества  $\chi=1,0$ :

$$D_f^2 = 2j_n. \quad (9)$$

Авторы [12] предложили следующее фрактальное соотношение для определения степени усиления  $E_{\kappa}/E_{\text{м}}$  полимерных композитов (нанокомпозитов):

$$\frac{E_{\kappa}}{E_{\text{м}}} = 1 + 17D_f^2 j_n \quad (10)$$

или с учетом уравнения (9) и условия  $\chi=1,0$  для полимерных микрокомпозитов (композитов с размерами исходных частиц наполнителя микронного масштаба) преобразуется к виду

$$\frac{E_{\kappa}}{E_{\text{м}}} = 1 + 34j_n^2, \quad (11)$$

которое позволяет простое и легкое предсказание степени усиления указанных микрокомпозитов только на основании известных значений  $j_n$ .

На *рисунке 1* приведено сравнение рассчитанных теоретически согласно уравнению (11) и полученных экспериментально зависимостей степени усиления  $E_{\kappa}/E_{\text{м}}$  от номинального объемного содержания наполнителя  $j_n$  для двух серий композитов ПЭВП/ГКА с разным размером частиц исходного наполнителя. Как следует из этого сравнения, получено достаточно хорошее соответствие теории и эксперимента (их среднее расхождение составляет  $\sim 9\%$ ). Отметим, что указанное расхождение меньше погрешности экспериментального определения степени усиления, которая составляет  $\sim 13,7\%$  [7, 8].

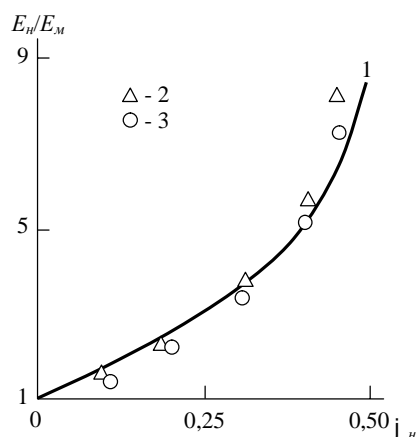


Рисунок 1 – Сравнение рассчитанных теоретически согласно уравнению (11) (1) и полученных экспериментально (2, 3) для композитов ПЭВП/ГКА с размером исходных частиц наполнителя  $d_{\text{част}}=4,14$  мкм (2) и 7,32 мкм (3) зависимостей степени усиления  $E_n/E_m$  от номинального содержания наполнителя  $j_n$

И в заключение следует подчеркнуть важное следствие, определенное в рамках предложенной модели. В случае микрокомпозитов реализуется пороговая максимальная степень агрегации исходных частиц наполнителя, характеризуемая критерием  $\chi=1,0$ . Это означает, что изменения указанного размера практически не влияют на свойства этого класса композитов (см. рисунок 1).

### Выводы

Следовательно, результаты работы продемонстрировали, что корректное описание степени усиления дисперсно-наполненных полимерных микрокомпозитов можно получить только на основе номинального объемного содержания наполнителя, что делает возможным прогнозирование свойств таких систем. Армирующая компонента структуры указанных композитов представляет собой совокупность межфазных областей и собственно наполнителя. Для случая полимерных микрокомпозитов размер (диаметр) исходных частиц наполнителя практически не оказывает влияния на величину их степени усиления. Степень агрегации для полимерных композитов всегда меньше или равна единице и определяется содержанием межфазных областей.

### Библиография

1. Šupova M., Martynkova G.S., Varabaszova K. Effect of nanofiller dispersion in polymer matrices: A review // Sci. Advanced Mater. 2011. V. 3, N 1. P. 1–25.
2. Козлов Г.В., Яновский Ю.Г., Карнет Ю.Н. Структура и свойства дисперсно-наполненных полимерных композитов: фрактальный анализ. М.: Альянстраснатом, 2008. 363 с.
3. Магомедов Г.М., Долбин И.И., Козлов Г.В., Долбин И.В. Моделирование степени усиления дисперсно-наполненных полимерных композитов в рамках теории перколяции // Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты. Сборник трудов Национальной научно-практической конференции. М., 2025. С. 871–873.
4. Долбин И.И., Кумышева Ю.А., Казанчева Л.А., Долбин И.В., Давыдова В.В. Пропорциональность содержания нанонаполнителя и межфазных областей в полимерных нанокомпозитах // Известия Кабардино-Балкарского государственного университета. 2025. Т. 15, № 3. С. 34–39.
5. Козлов Г.В., Долбин И.В. Особенности процесса агрегации нанонаполнителя в нанокомпозитах полимер-углеродные нанотрубки // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61, № 2. С. 125–129.
6. Бобрышев А.Н., Козомазов В.Н., Бабин Л.О., Соломатов В.И. Синергетика композитных материалов. Липецк: НПО ОРИУС, 1994. 154 с.
7. Wang M., Berry C., Braden M., Bonfield W. Young's and shear moduli of ceramic particle filled polyethylene // J. Mater. Sci. Mater. Med. 1998. V. 9, N 3. P. 621–624.

8. Fu S.Y., Feng X.Q., Lauke B., Mai Y.-W. Effect of particle size, particle/matrix interphase adhesion and particle loading on mechanical properties of particulate-polymer composites // Composites. Part B. 2008. V. 39, N 4. P. 933–961.

9. ISO 527-3. Plastics determination of tensile properties. Part 2. Test condition for molding and extrusion plastics. 1995.

10. Атлуханова Л.Б., Долбин И.В. Взаимосвязь свойств и степени дисперсии нанонаполнителя для нанокompозитов полимер/углеродные нанотрубки // Наноиндустрия. 2024. Т. 17, № 1. С. 74–79.

11. Sheng N., Boyce M.C., Parks D.M., Rutledge G.C., Abes J.I., Cohen R.E. Multiscale micromechanical modeling of polymer/clay composites and the effective clay particle // Polymer. 2004. V. 45, N 3. P. 487–506.

12. Козлов Г.В., Ризванова П.Г., Долбин И.В., Магомедов Г.М. Определение модуля упругости нанонаполнителя в матрице полимерных нанокompозитов // Известия ВУЗов. Физика. 2019. Т. 62, № 1. С. 112–116.