УДК 539.5

О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ В ТРУБОПРОВОДАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРЕЮЩИХСЯ КАБЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Ошхунов М.М.*, Есанкулова М.Х.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова

***muaed@inbox.ru**

В работе рассматриваются математические модели распространения тепла в кабельных сетях, обеспечивающих заданный температурный режим транспортировки продукта в трубопроводах. Вычисляются температурные напряжения и деформации, вызванные тепловым потоком, в системе «кабель-трубопровод». Проводятся численные расчеты с использованием конечно-элементного комплекса «Solid Works».

Ключевые слова: метод конечных элементов, метод Фурье, уравнение теплопроводности, температурное напряжение деформации, терморегуляция, закон Гука.

ABOUT MODELING OF TEMPERATURE CONDITIONS IN PIPELINES USING HEATING CABLE NETWORKS

Oshkhunov M.M., Esankulova M.H.

Kabardino-Balkarian State University

The paper considers mathematical models of heat propagation in cable networks that provide a given temperature regime of product transportation in pipelines. Temperature stresses and deformations caused by heat flow are calculated in the «cable-pipeline» system. Numerical calculations are carried out using the finite element complex «Solid Works».

Keywords: finite element method, Fourier method, thermal conductivity equation, thermal strain stress, thermoregulation, Hooke's law.

Введение

Практика показывает, что транспортировка нефтепродуктов по трубопроводу требует стабильной температуры вне зависимости от условий окружающей среды. Это связано с зависимостью свойств перекачиваемого продукта, в частности, его вязкости от температуры. Понижение температуры не только снижает свойства нефтепродуктов с точки зрения возможности их прокачки, но и может привести к нежелательным фазовым превращениям.

По этой причине в работе даётся анализ математических моделей теплопередачи и расчёт напряжений, вызванных температурным полем.

Математические модели регулирования теплового режима трубопроводов для транспортировки нефтепродуктов

Основная техническая идея для обеспечения постоянного значения температуры в трубе при изменении внешних условий заключается в обратной зависимости сопротивления кабельных систем от температуры окружающей среды. Чем ниже температура снаружи трубы, тем выше тепловая энергия, выделяемая в кабельном слое $Q \sim u^2/R$. Эксперименты показывают, что сопротивление проводников уменьшается с падением температуры по закону $1/R$ и выделение тепла усиливается. Заметим, что на определённом участке трубопровода с кабельной терморегулирующей системой разность потенциалов (u) поддерживается постоянной, и интенсивность выделяемой энергии в единице объема зависит только от среднего значения сопротивления (R).

Рассмотрим более подробно математические модели указанных выше процессов.

На *рис. 1* показан цилиндр (кабель), который окружает трубопроводную систему.

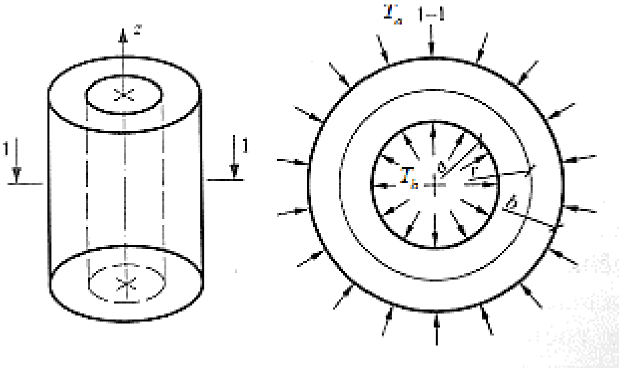

Рис. 1. Расчётная схема трубопровода, T_a, T_b – температура на внутренней и внешней поверхности трубопровода

Для рассматриваемой модели нестационарное температурное поле определяется из решения уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right). \qquad (1)$$

Здесь $T = T(r,t)$ – распределение температуры в зависимости от радиуса и времени; a – коэффициент теплопроводности.

Решение уравнения (1) при заданных начальных и граничных условиях может быть получено с использованием функций Бесселя.

Анализ напряжений

Если найдено температурное поле $T(r,t)$, то соответствующие им напряжения и деформации в упругой зоне вычисляются по формулам (случай плоского напряженного состояния)

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{2G}{1-\nu}\left[\varepsilon_{rr} + \nu\varepsilon_{\varphi\varphi} - (1+\nu)\alpha T\right], \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{2G}{1-\nu}\left[\varepsilon_{\varphi\varphi} + \nu\varepsilon_{rr} - (1+\nu)\alpha T\right]. \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь ν, G – коэффициент Пуассона и модуль сдвига, соответственно, $\varepsilon_{\varphi\varphi}$, ε_{rr} – кольцевое и радиальное значение деформаций.

В случае стационарного процесса уравнение (1) имеет точное решение (при $T_b = 0$)

$$T(r) = \frac{T_a \ln\frac{b}{r}}{\ln\frac{a}{r}}, \qquad (3)$$

а температурное напряжение $\sigma_{\varphi\varphi}$ при $r = a$, $r = b$ имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi\varphi|r=a} &= \frac{-\alpha E T_a}{2(1-\nu)\ln\frac{b}{a}}\left(1 - \frac{2b^2}{b^2 - a^2}\ln\frac{b}{a}\right), \\ \sigma_{\varphi\varphi|r=b} &= \frac{-\alpha E T_a}{2(1-\nu)\ln\frac{b}{a}}\left(1 - \frac{2a^2}{b^2 - a^2}\ln\frac{b}{a}\right). \end{aligned} \qquad (4)$$

Из формул (4) следует, что при $T_a > 0$ напряжение при $r = a$ – сжимающее, а при $r = b$ – растягивающее.

Заметим, что периодические изменения температуры будут менять знак кольцевых напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}$ в кабельном слое, что может привести к адгезионным отслоениям и разрушению терморегулирующего слоя.

В случае бесконечно длинного цилиндра имеет место плоская деформация $(\varepsilon_{zz} = 0)$ и в этом случае напряжения определяются по формулам

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{\partial u}{\partial r} + \nu\frac{u}{r}\right] - \frac{E\alpha T}{1-2\nu}, \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{u}{r} + \nu\frac{\partial u}{\partial r}\right] - \frac{E\alpha T}{1-2\nu}. \end{aligned} \tag{5}$$

Для нахождения перемещения $u = u(r)$ необходимо решить дифференциальное уравнение вида

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha\frac{\partial T}{\partial r}. \tag{6}$$

Граничное условие при отсутствии напряжений при $r = b$ можно записать в форме $\sigma_{rr} = 0$. На внутреннем радиусе $(r = a)$ $\sigma_{rr} = p_0$, где p_0 – напряжение контакта на границе раздела двух сред.

При периодическом изменении температуры окружающей среды по закону

$$T = T_0 \cos\omega t \tag{7}$$

в предположении затухания переходного процесса решение уравнения теплопроводности тоже будет периодическим и, как следствие, напряжения и перемещения, определяемые по формулам (5), (6) будут иметь изменения по времени с периодом $T = 2\pi/\omega$.

Учёт теплообмена с окружающей средой

Если существенен фактор теплообмена с окружающей средой по внешней поверхности кабеля, то при решении уравнения теплопроводности при $r = b$ надо задать граничное условие вида

$$\frac{\partial T}{\partial r} = h(T - T_b), \quad r = b. \tag{8}$$

Здесь h – коэффициент теплопередачи, T_b – температура окружающей среды в момент времени t. На внутренней поверхности $(r = a)$ можно задать условие, аналогичное (8), учитывающее теплопередачу на границе «трубопровод-кабель».

Численный анализ

Построенные выше математические модели для описания тепловых процессов и вызываемых ими температурных напряжений являются достаточно простыми и могут быть решены в некоторых случаях аналитически [1, 2]. Однако практически значимые расчёты требуют применения численных методов, в первую очередь, метода конечных элементов. Наиболее подходящими инструментариями для такого анализа являются комплексы программ на основе МКЭ: Solid Works, Ansys, Лира и др.

Ниже приводится пример использования программного комплекса Solid Works для разбиения области на конечные элементы и оценки НДС *(рис. 2)*:

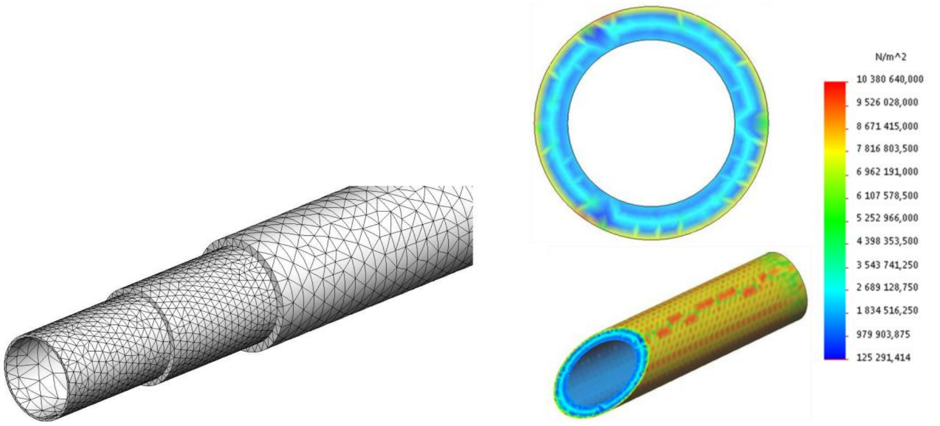

Рис. 2. Пример расчета трехслойной кабельной системы методом конечных элементов

Перечисленные выше модели базируются на линейном законе Гука. При появлении пластических зон, связанных с действием температуры, нужно применять итерационные методы последовательных приближений с исследованием условий их сходимости [3], [4]. Такие задачи с математической точки зрения являются существенно более сложными, чем линейные модели типа Гука.

Заключение

Предполагаются математические модели для анализа тепловых процессов и вызываемых ими температурных напряжений в саморегулирующихся кабельных сетях, поддерживающих заданный тепловой режим в трубопроводах. В частности, даны рекомендации, как корректно сформулировать задачу теплопроводности в различных ситуациях, в том числе с учетом обменных тепловых процессов. Предложены две модели по определению напряженно-деформируемого состояния (плоское напряженное и деформированное состояния). Предлагается также модель, учитывающая периодические изменения температуры окружающей среды. Дан обзор численных методов решения на базе метода конечных элементов и пример использования комплекса «Solid Works» для разбиения на конечные элементы трехслойных кабельных систем с оценкой возникающих напряжений.

Библиография

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М., 1975. 576 с.
2. Паркус П. Неустановившиеся температурные напряжения. М., 1963. 251 с.
3. Ошхунов М.М., Нагоев З.В. Математические модели деформируемых сред для интеллектуальных систем виртуального прототипирования. Нальчик: КБНЦ РАН, 2013. 195 с.
4. Нагоев З.В., Ошхунов М.М. Метод дискретно-динамических частиц в задачах механики деформируемого твердого тела // Известия КБНЦ РАН. 2011. С. 155–169.