
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 517.929.7

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА

Тхабисимова М.М.*, Бечелова А.Р., Исакова М.М., Медалиева Р.Х., Тхабисимова И.К.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова

*tembotova.mari@mail.ru

Предлагаемая работа посвящена исследованию краевой задачи для модифицированного уравнения влагопереноса в стохастических условиях и анализу математических моделей влагопереноса с детерминированными и нелокальными краевыми условиями.

Ключевые слова: краевая задача, модифицированное уравнение влагопереноса, математическая модель, граничные условия, стохастические условия, математическое ожидание, метод последовательных приближений.

SOLUTION OF NONLINEAR PROBLEMS FOR SOME TRANSFER PROCESSES

Thabisimova M.M., Bechelova A.R., Isakova M.M., Medalieva R.Kh., Thabisimova I.K.

Kabardino-Balkarian State University

The proposed work is devoted to the study of the boundary value problem for the modified moisture transfer equation under stochastic conditions and the analysis of mathematical models of moisture transfer with deterministic and non-local boundary conditions.

Keywords: boundary value problem, modified moisture transfer equation, mathematical model, boundary conditions, stochastic conditions, mathematical expectation, method of successive approximations.

В работе исследуется краевая задача для модифицированного уравнения влагопереноса (уравнения Аллера) в стохастических условиях [1].

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial u}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right] = f(x, t), \quad (1)$$

$$u_x(0, t) = \mu_1(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

$$u(l, t) = -\frac{1}{\alpha} \int_0^1 u(x, l) dx + \mu_2(t) \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (4)$$

где $f(x, t)$ – интенсивность источников влаги; μ_1, μ_2 – граничные условия; $u_0(x)$ – начальное распределение влаги.

Построена и исследована стохастическая модель для модифицированного уравнения влагопереноса [2] в рамках корреляционной теории случайных процессов.

Для решения линейного уравнения предложен итерационный процесс

$$\frac{\partial u^{k+1}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(u^k) \frac{\partial u^{k+1}}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u^{(k+1)}}{\partial x \partial t} \right].$$

При решении нелокальных задач получаются алгебраические системы, не являющиеся трехдиагональными [2] и в этом случае рассмотрен итерационный процесс

$$\frac{\partial^{s+1} u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x, t) \frac{\partial^{s+1} u}{\partial t} \right) + \eta(x, t) \frac{\partial^{s+1} u}{\partial x^2 \partial t} + f(x, t) \quad (5)$$

$$u_x^{s+1}(0, t) = \mu_1(t), \quad (6)$$

$$u_x^{s+1}(l, t) = -\frac{1}{p} \int_0^l u^s(x, t) dx + \mu_2(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (7)$$

$$u_x^{s+1}(0, t) = \mu_0(t), \quad 0 \leq t \leq l \quad (8)$$

и получена оценка

$$\left\| u_x^{s+1} \right\|_{2Qt}^2 \leq M \left\| u_x^s \right\|_{2Qt}^2,$$

из которой следует, что сходимость имеет место при $M < 1$.

Построен процесс последовательных приближений, сводящей решение нелинейной задачи к решению последовательности линейных задач с помощью метода итерации. Для определения математического ожидания влажности $\bar{u}(x, t)$ решена детерминированная задача типа (5)–(8).

Таким образом, построена и исследована стохастическая модель для модифицированного уравнения влагопереноса с детерминированными и нелокальными краевыми условиями [3] и предложены итерационные методы решения нелинейной задачи Аллера [4]. При построении модели использовались идеи, изложенные в работах [5–6].

Библиография

1. Аллер М.М. Термодинамика почвенной влаги. Л.: Гидрометиздат, 1966. 325 с.
2. Чудновский А.Ф. Теплофизика почв. М.: Наука, 1976. 353 с.
3. Лафишева М.М., Темботова М.М. Численное решение краевой задачи для уравнения влагопереноса с нелокальным условием // Охрана природных ландшафтов – главная задача человечества. Нальчик: КБГСХА, 2008. С. 190–193.
4. Янгарбер В.А. Сеточная схема для решения модифицированного уравнения влагопереноса // Доклады ВАСХНИЛ. 1966. № 8. С. 46–48.
5. Тхабисимова М.М., Кудяева Ф.Х., Бечелова А.Р., Карданова М.Р. Решение задачи влагопереноса в рамках корреляционной модели методами теории случайных процессов // Сб. XVII Межд. конф. «Российская наука в современном мире». М., 2018. С. 146–149.
6. Бечелова А.Р., Тхабисимова М.М., Лафишева М.М., Абрегов М.Х. Разностная трактовка нелокальной задачи для уравнения теплопроводности // Известия КБГУ. 2020. Т. 10, № 4. С. 8–14.